

Total No. of Questions : 9]  
(1049)

Roll No. ....

[Total No. of Printed Pages : 8

**UG (CBCS) Ist Year Annual Examination**

**2045**

**B.A./B.Sc. MATHEMATICS**

**(Differential Calculus)**

**(Core)**

**Paper : MATH101TH**

**Time : 3 Hours]**

**[Maximum Marks : 70**

**Note :-** Question No. 1 is compulsory. Attempt *one* question each from Units I, II, III & IV. Marks are given against the questions of the question paper.

प्रश्न क्रमांक 1 अनिवार्य है। प्रत्येक इकाई I, II, III तथा IV से एक-एक प्रश्न कीजिए। प्रश्नों के सम्मुख अंक दर्शाए गए हैं।

**Section-A (खण्ड-अ)**

**Compulsory Question (अनिवार्य प्रश्न)**

1. (i) Prove that  $\lim_{x \rightarrow c} \frac{1}{-x-c}$  does not exist.

सिद्ध कीजिए कि  $\lim_{x \rightarrow c} \frac{1}{-x-c}$  विद्यमान नहीं है।

**CH-645**

( 1 )

**Turn Over**

(ii) Examine the derivability of the function  $|x^2|$  at  $x = 0$ .

फंक्शन  $x = 0$  पर  $|x^2|$  की डेरिवेबिलिटी का परीक्षण कीजिए।

(iii) What is the value of fourth derivative of :

$$f(x) = 5x^4 - 3x^2 + \sqrt{2}x + 7 ?$$

$f(x) = 5x^4 - 3x^2 + \sqrt{2}x + 7$  का चौथा यौगिक का मान क्या है ?

(iv) Evaluate the following limit :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{x^3}$$

निम्नलिखित सीमा का मूल्यांकन कीजिए :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{x^3}$$

(v) Discuss the applicability of Cauchy's Mean Value theorem for the following function in the indicated interval :

$$f(x) = x^2 - 1, g(x) = x^3 \text{ in } [-1, 2]$$

निर्देशित अन्तराल में निम्नलिखित फंक्शन के लिए कॉशी माध्य मूल्य प्रमेय की प्रयोज्यता का वर्णन कीजिए :

$$f(x) = x^2 - 1, g(x) = x^3 \text{ } [-1, 2] \text{ में}$$

(vi) Show that  $y = x^4$  is concave upwards at the origin.

दर्शाए कि  $y = x^4$  उत्पत्ति के ऊपर की ओर नतोदर है।

(vii) Find the asymptotes (if any) parallel to the coordinate axes of the curve :

$$(x + y)^2 = x^2y^2 - 7$$

वक्र  $(x + y)^2 = x^2y^2 - 7$  के निर्देशांक अक्ष के समानान्तर अनन्तस्पर्शी (यदि कोई हो) ज्ञात कीजिए।

(viii) Discuss the continuity of :

$$f(x, y) = \begin{cases} y \sin \frac{1}{x} & , x \neq 0 \\ 0 & , x = 0 \end{cases}$$

at the origin.

$$f(x, y) = \begin{cases} y \sin \frac{1}{x} & , x \neq 0 \\ 0 & , x = 0 \end{cases} \text{ की मूलबिन्दु पर}$$

निरंतरता का वर्णन कीजिए।

2×8=16

## Section-B (खण्ड-ब)

### Unit-I (इकाई-I)

2. (a) If  $f(x) < g(x) < h(x)$  for all  $x$  in some deleted neighbourhood of  $a$  and  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) =$

$$\lim_{x \rightarrow a} h(x) = l, \text{ then } \lim_{x \rightarrow a} g(x) = l.$$

$a$  के कुछ निष्कासित पड़ोसी में सभी  $x$  के लिए यदि

$$f(x) < g(x) < h(x) \text{ तथा } \lim_{x \rightarrow a} f(x) = \lim_{x \rightarrow a} h(x) = l,$$

$$\text{तो } \lim_{x \rightarrow a} g(x) = l.$$

(b) Show that :

$$\lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{\sec x - \tan x}{\pi/2 - x} = \frac{1}{2}$$

$$\text{दर्शाए कि } \lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{\sec x - \tan x}{\pi/2 - x} = \frac{1}{2}. \quad (6/27)$$

3. (a) For what values of  $\alpha$ ,  $\beta$  and  $\gamma$  does the function :

$$f(x) = \begin{cases} x^3 & , \quad x \leq 1 \\ \alpha x^2 + \beta x + \gamma & , \quad x > 1 \end{cases}$$

has a second order derivative at  $x = 1$  ?

$\alpha$ ,  $\beta$  तथा  $\gamma$  के किस मान के लिए फंक्शन :

$$f(x) = \begin{cases} x^3 & , x \leq 1 \\ \alpha x^2 + \beta x + \gamma & , x > 1 \end{cases}$$

$x = 1$  पर द्वितीय कोटि का यौगिक है ?

(b) If  $y = \log(x + \sqrt{x^2 + 1})$ , then find  $y_n(0)$ .

यदि  $y = \log(x + \sqrt{x^2 + 1})$ , तो  $y_n(0)$  ज्ञात कीजिए।  
(6½,7)

### Unit-II (इकाई-II)

4. (a) State and prove Lagrange's mean value theorem.

लैग्रान्जे की माध्य मान प्रमेय सिद्ध कर वर्णन कीजिए।

(b) Verify Rolle's theorem for :

$$f(x) = x^2 - 5x + 4 \text{ in } [1, 4]$$

[1, 4] में  $f(x) = x^2 - 5x + 4$  के लिए रोले की प्रमेय सत्यापित कीजिए।  
(6½,7)

5. (a) Obtain the first three non-zero terms in the Maclaurin's formula for the function  $\tan x$ .

फंक्शन  $\tan x$  के लिए मैकलॉरिन के सूत्र में प्रथम तीन गैर-शून्य पदों को प्राप्त कीजिए।

(b) Find an approximate value of  $\sqrt{66}$ .

$\sqrt{66}$  का लगभग मान ज्ञात कीजिए।  
(6½,7)

### Unit-III (इकाई-III)

6. (a) Examine the curve  $y = x^4 - 2x^3 + 1$  for concavity upwards, concavity downwards and point of inflexion. <https://www.hpboardonline.com>

नतोदरता अपवार्ड, नतोदरता डाउनवार्ड तथा मोड़ बिन्दु के लिए वक्र  $y = x^4 - 2x^3 + 1$  का परीक्षण कीजिए।

- (b) Find the points on the parabola  $y^2 = 8x$  at

which the radius of curvature is  $7\frac{13}{16}$ .

परवलय  $y^2 = 8x$  पर बिन्दु ज्ञात कीजिए जिस पर वक्रता

की त्रिज्या  $7\frac{13}{16}$  है।

(6½,7)

7. (a) Find all the asymptotes of the curve :

$$y^3 - x^2y - 2xy^2 + 2x^3 - 7xy + 3y^2 + 2x^2 + 2x + 2y + 1 = 0$$

वक्र :

$$y^3 - x^2y - 2xy^2 + 2x^3 - 7xy + 3y^2 + 2x^2 + 2x + 2y + 1 = 0$$

की सभी अनंतस्पर्शियाँ ज्ञात कीजिए।

- (b) Determine the position and nature of the double points on the curve :

$$x^3 - y^3 - 7x^2 + 4y + 15x - 13 = 0$$

वक्र  $x^3 - y^3 - 7x^2 + 4y + 15x - 13 = 0$  पर दोहे बिन्दु की स्थिति तथा प्रकृति को निर्धारित कीजिए। (6½,7)

### Unit-IV (इकाई-IV)

8. (a) Let :

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3 + y^3}{x^2 + y^2} & , (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & , (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

Is  $f$  continuous at origin ?

माना कि :

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3 + y^3}{x^2 + y^2} & , (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & , (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

क्या  $f$  मूलबिन्दु पर सतत् है ?

- (b) If  $u = (x^2 + y^2 + z^2)^{-1/2}$ , then prove that :

$$x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} + z \frac{\partial u}{\partial z} = -u$$

यदि  $u = (x^2 + y^2 + z^2)^{-1/2}$ , तो सिद्ध कीजिए कि :

$$x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} + z \frac{\partial u}{\partial z} = -u \quad (6\frac{1}{2}, 7)$$

9. (a) If  $z$  be a homogeneous function of  $x, y$  of order

$n$ , then  $x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y} = xz$  for all  $x, y$  belonging

to the domain of the function.

यदि  $z$  ऑर्डर  $n$  के  $x, y$  का सजातीय फंक्शन है, तो फंक्शन के क्षेत्र से सम्बन्धित सभी  $x, y$  के लिए

$$x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y} = xz.$$

(b) Let  $f(x, y) = \left( \sqrt{x^2 + y^2}, \tan^{-1} \frac{y}{x} \right)$  for  $x \neq 0$ .

Evaluate  $J_f(1, 2)$ .

माना कि  $x \neq 0$  के लिए :

$$f(x, y) = \left( \sqrt{x^2 + y^2}, \tan^{-1} \frac{y}{x} \right)$$

तो  $J_f(1, 2)$  का मूल्यांकन कीजिए। (6 $\frac{1}{2}$ , 7)

<https://www.hpboardonline.com>

Whatsapp @ 9300930012

Send your old paper & get 10/-

अपने पुराने पेपर्स भेजे और 10 रुपये पायें,

Paytm or Google Pay से